

www.joseouin.fr

INFORMATIQUE 1

PROJET

www.joseouin.fr « Étude de l'inertie thermique d'une construction passive »



www.joseouin.fr

www.joseouin.fr

www.joseouin.fr

www.joseouin.fr

www.joseouin.fr

INFORMATIQUE 1

Etude de l'inertie thermique d'une construction passive

1- Description du projet

Il s'agit d'étudier l'inertie thermique d'une construction passive et d'effectuer une comparaison entre plusieurs types d'isolation.

On considère que les murs et l'intérieur d'une maison passive sont à la température de 20°C alors que la température extérieure reste à -20°C pendant plusieurs jours. La basse température extérieure est de plus accompagnée d'un épais brouillard absorbant presque tout apport solaire.



De plus, une forte chute de neige a coupé le réseau électrique et la maison se retrouve sans énergie (aucun poêle à bois n'ayant été installé) mis à part la chaleur humaine de ses quatre occupants.

Une personne dégage environ 100 W de chaleur par métabolisme. On considère que la maison est occupée en permanence par 4 personnes (jours et nuits).

On se propose d'étudier la variation de la température intérieure de cette maison afin de déterminer le temps mis par la température pour atteindre 16°C , puis 12°C .

On considère les trois types d'isolation suivants :

1. Type 1 : Maison passive, isolation par l'extérieur ;
2. Type 2 : Maison identique au Type 1 mais isolation par l'intérieur ;
3. Type 3 : Maison classique, isolation par l'intérieur (RT 2011).

Les objectifs tableur de ce projet sont les suivants :

- 1- Calculer dans les cellules, utiliser les références relatives et absolues ;
- 2- Insérer des graphiques dans une feuille ;
- 3- Utiliser l'outil « Courbe de tendance » ;
- 4- Appliquer des formules de conversion de secondes en jours, heures, minutes, secondes ;
- 5- Utiliser l'outil « Solveur » pour répondre à un problème donné ;
- 6- Créer une interface utilisateur.

www.joseouin.fr

1.1 Caractéristiques thermiques de l'habitation (maison passive)

Le calcul des déperditions totales a permis d'établir que cette maison a une déperdition de :

$$D = 64 \text{ W.K}^{-1}$$

soit une déperdition $D = 64 \text{ J}$ par seconde pour un écart de 1°C entre l'intérieur et l'extérieur de l'habitation.

Remarque : On calcule ces déperditions en déterminant les coefficients de transmission surfacique ainsi que les surfaces des différents types de parois (murs, vitrages, toiture, sol, etc.).

Les quatre occupants dégagent une puissance égale à :

$$P = 4(100) = 400 \text{ W}$$

L'inertie thermique de la maison peut être quantifiée par sa capacité calorifique. Un calcul a donné :

$$C = 65\,420\,000 \text{ J.K}^{-1}$$

Remarque : On assimile cette maison passive à une masse de 38 tonnes de bois résineux, 380 kg d'air, 3500 kg de carrelage et céramiques, 1000 kg de meubles et portes en bois résineux et 400 kg d'acier. On néglige la masse des vitrages et celles des autres équipements de la maison (livres, vêtements,...) qui ont pourtant stocké de la chaleur.

1.2 Expression du bilan thermique

On commence par écrire les expressions des différentes quantités de chaleur :

→ Quantité de chaleur perdue par la maison (en Joule) durant un écart de temps dt (en seconde) :

$$Q_D = -D(T(t) - T_{ext}).dt$$

Cette quantité est négative car la température intérieure est supérieure à la température extérieure.

→ Quantité de chaleur apportée à la maison (en Joule) par les occupants :

$$Q_P = P.dt$$

Cette quantité est positive (les occupants « réchauffent » la maison).

→ Quantité de chaleur perdue par la maison (en Joule) durant un écart de temps dt lorsque sa température passe de $T(t)$ à $T(t + dt)$:

$$Q_C = C(T(t + dt) - T(t))$$

Cette quantité est négative car la maison se refroidit (la température intérieure est décroissante).

Le bilan thermique s'écrit ainsi :

$$Q_C = Q_D + Q_P$$

$$C(T(t + dt) - T(t)) = -D(T(t) - T_{ext}).dt + P.dt$$

$$C \frac{T(t + dt) - T(t)}{dt} = -D(T(t) - T_{ext}) + P$$

$$\frac{T(t + dt) - T(t)}{dt} = -\frac{D}{C}(T(t) - T_{ext}) + \frac{P}{C}$$

Pour dt très petit, la quantité $\frac{T(t+dt) - T(t)}{dt}$ tend vers la dérivée de T :

$$\frac{T(t+dt) - T(t)}{dt} \approx T'(t)$$

On obtient finalement :

$$T'(t) = -\frac{D}{C}(T(t) - T_{ext}) + \frac{P}{C}$$

On reconnaît une équation différentielle d'ordre 1 à coefficients constants de la forme :

$$y' = -ay + b$$

Ce projet consiste à déterminer les coordonnées du nuage de points $(t_i; T(t_i))$ à l'aide du tableur d'Excel et de représenter le graphique correspondant. Pour utiliser pour cela la méthode d'Euler.

Remarque 1 : Il ne s'agit pas ici de résoudre cette équation différentielle à l'aide des formules appliquées en travaux dirigés de MAT2 ou en utilisant le programme Scilab écrit durant le travail pratique de MAT2.

Remarque 2 : La méthode d'Euler a été étudiée au lycée (dans le cadre de la présentation de la fonction exponentielle). Elle a également été présentée en TP de MAT2. Ceci dit, ce projet ne demande pas de connaissances particulières sur cette méthode puisque toutes les formules de calcul sont fournies.

1.3 Méthode utilisée : Méthode d'Euler



Leonhard Euler 1707-1783

Cette méthode consiste à écrire les lignes précédentes en commençant par la dernière ligne et en terminant par la première :

$$T'(t) = -\frac{D}{C}(T(t) - T_{ext}) + \frac{P}{C}$$

Pour dt très petit, la dérivée s'écrit : $T'(t) \approx \frac{T(t+dt) - T(t)}{dt}$

Remarque : La méthode d'Euler consiste à approcher la dérivée par le taux d'accroissement ci-dessus. Il faut pour cela prendre des écarts de temps dt très petits.

On remplace la dérivée par ce taux d'accroissement :

$$\frac{T(t+dt) - T(t)}{dt} = -\frac{D}{C}(T(t) - T_{ext}) + \frac{P}{C}$$

$$T(t+dt) - T(t) = -\frac{D}{C}(T(t) - T_{ext}).dt + \frac{P}{C}.dt$$

$$T(t+dt) = T(t) - \frac{D}{C}(T(t) - T_{ext}).dt + \frac{P}{C}.dt$$

On obtient finalement :

$$T(t + dt) = T(t) - \frac{D}{C}(T(t) - T_{ext}).dt + \frac{P}{C}.dt$$

On considère : $T_{ext} = -20^{\circ}\text{C}$ et $T(0) = 20^{\circ}\text{C}$

On fixe (arbitrairement) un écart de temps constant $dt = 120\text{s}$ (2 minutes).

Remarque : Une partie de cette étude consistera justement à étudier cet écart. On se posera la question suivante : « Quel est l'écart maximal à ne pas dépasser pour que les températures calculées par cette méthode ne soient pas trop éloignées des températures réelles sur le terrain ».

Méthode de calcul des températures

• A l'instant initial $t = 0$: $T(0) = 20^{\circ}\text{C}$

• A l'instant $t_1 = 0 + dt$: $T(t_1) = T(0) - \frac{D}{C}(T(0) - T_{ext}).dt + \frac{P}{C}.dt$

On obtient donc la température $T(t_1)$, température intérieure à l'instant $t_1 = 120\text{s}$.

• A l'instant $t_2 = t_1 + dt$: $T(t_2) = T(t_1) - \frac{D}{C}(T(t_1) - T_{ext}).dt + \frac{P}{C}.dt$

On obtient donc la température $T(t_2)$, température intérieure à l'instant $t_2 = 240\text{s}$.

• A l'instant $t_3 = t_2 + dt$: $T(t_3) = T(t_2) - \frac{D}{C}(T(t_2) - T_{ext}).dt + \frac{P}{C}.dt$

On obtient donc la température $T(t_3)$, température intérieure à l'instant $t_3 = 360\text{s}$.

• A l'instant $t_4 = t_3 + dt$: $T(t_4) = T(t_3) - \frac{D}{C}(T(t_3) - T_{ext}).dt + \frac{P}{C}.dt$

On obtient donc la température $T(t_4)$, température intérieure à l'instant $t_4 = 480\text{s}$.

• A l'instant $t_5 = t_4 + dt$: $T(t_5) = T(t_4) - \frac{D}{C}(T(t_4) - T_{ext}).dt + \frac{P}{C}.dt$

On obtient donc la température $T(t_5)$, température intérieure à l'instant $t_5 = 600\text{s}$.

• A l'instant $t_6 = t_5 + dt$: $T(t_6) = T(t_5) - \frac{D}{C}(T(t_5) - T_{ext}).dt + \frac{P}{C}.dt$

On obtient donc la température $T(t_6)$, température intérieure à l'instant $t_6 = 720\text{s}$.

Remarque : Ces calculs sont volontairement très détaillés afin de faciliter l'écriture des formules dans les cellules du tableur Excel. On remarque que les températures sont calculées de proche en proche.



1.4 Tableau récapitulatif

Le tableau ci-dessous donne les différentes valeurs à utiliser selon le type d'isolation étudié :

Type	Type d'isolation	T_{int}	T_{ext}	C	D	P
		$^{\circ}C$	$^{\circ}C$	$J.K^{-1}$	$W.K^{-1}$	W
1	Maison passive Isolation par l'extérieur	20	-20	$65,42.10^6$	64	400
2	Maison identique au Type 1 mais isolation par l'intérieur	20	-20	15.10^6	64	400
3	Maison isolée par l'intérieur (RT 2011)	20	-20	15.10^6	250	400

Formule à utiliser pour déterminer les températures à chaque instant :

$$T(t+dt) = T(t) - \frac{D}{C}(T(t) - T_{ext}).dt + \frac{P}{C}.dt$$

On considère : $T_{ext} = -20^{\circ}C$ et $T(0) = 20^{\circ}C$

Consigne générale :

Pour chaque question, un nom de feuille est indiqué. Vous devez créer et nommer cette feuille en respectant le nom indiqué dans le sujet.

La feuille de base nommée « Données » ne doit pas contenir d'autres informations que celles qui y sont déjà. Tous les calculs seront effectués dans les autres feuilles.

2- Travail demandé

Objectif : Nommer des cellules	Nom de la feuille
Définir des noms de cellules	Données

Nommer les cellules de votre choix afin d'effectuer plus facilement les calculs dans les autres feuilles. Cela permet également de retrouver plus facilement les erreurs éventuelles.

Ecart de temps	Type	Type d'isolation	T_{int}	T_{ext}	C	D	P
dt = 120 secondes	1	Maison passive Isolation par l'extérieur	20	-20	$6.54E+07$	64	400
	2	Maison identique au Type 1 mais isolation par l'intérieur	20	-20	$1.50E+07$	64	400
	3	Maison isolée par l'intérieur (RT 2011)	20	-20	$1.50E+07$	250	400



Formule à utiliser pour déterminer les températures à chaque instant :

$$T(t+dt) = T(t) - \frac{D}{C}(T(t) - T_{ext}).dt + \frac{P}{C}.dt$$

On considère : $T_{ext} = -20^{\circ}C$ et $T(0) = 20^{\circ}C$

Remarque : Vos calculs doivent fonctionner avec d'autres valeurs (températures intérieure et extérieure, C , D , P) que celles qui ont été données ici.

Rappel : La feuille de base nommée « Données » ne doit pas contenir d'autres informations que celles qui y sont déjà.

Tous les calculs seront effectués dans les autres feuilles.

www.joseouin.fr

Question 1	Nom de la feuille
Détermination des températures pour les trois types d'isolation	Q1

On souhaite déterminer l'évolution de la température intérieure de l'habitation pour les trois types d'isolation.

1. Reproduire le tableau suivant (ainsi que sa mise en forme) en y insérant les formules nécessaires. Etirer vos formules jusqu'à la ligne numéro 2 350.

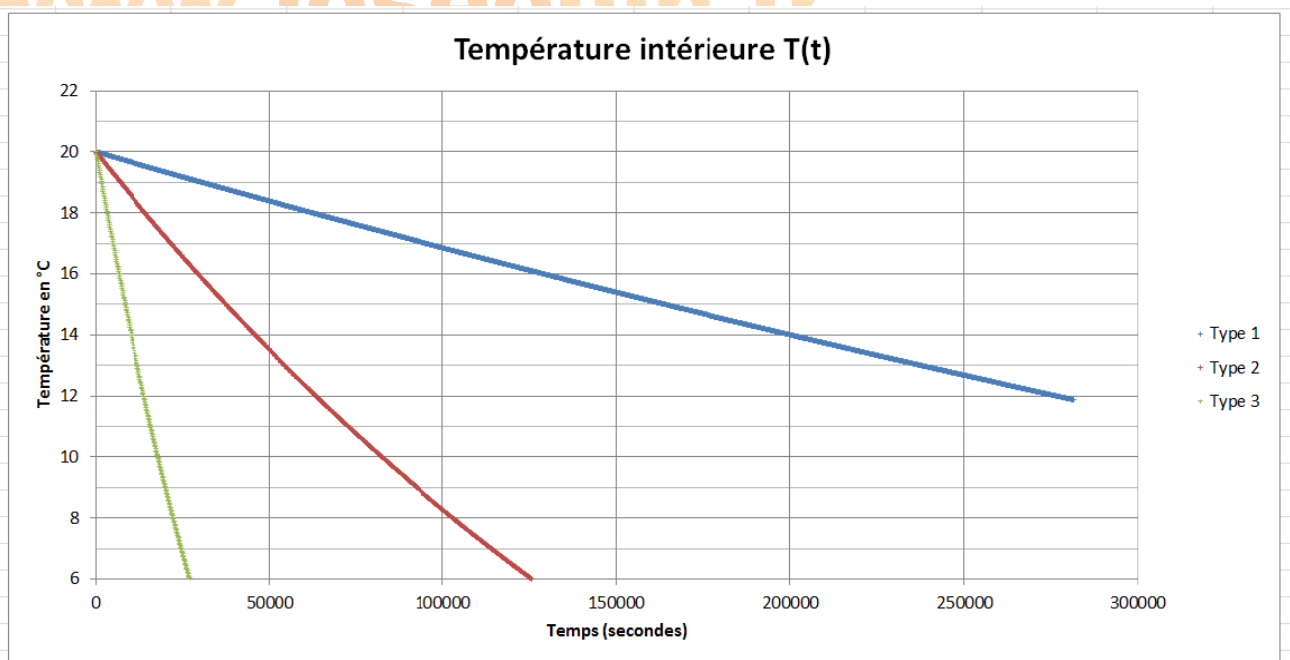
Remarque : les résultats doivent être issus de formules Excel.



www.joseouin.fr

	A	B	C	D	E
1		Temps	Isolation Type 1	Isolation Type 2	Isolation Type 3
2		t en secondes	T(t)	T(t)	T(t)
3		0	20	20	20
4		120	19.996	19.983	19.923
5		240	19.992	19.965	19.847
6		360	19.988	19.948	19.770
7		480	19.984	19.931	19.694
8		600	19.980	19.914	19.618
9		720	19.976	19.896	19.541
10		840	19.972	19.879	19.466
11		960	19.968	19.862	19.390
12		1080	19.964	19.845	19.314
13		1200	19.960	19.828	19.238
14		1320	19.956	19.811	19.162
15		1440	19.952	19.794	19.086
16		1560	19.949	19.777	19.010
17		1680	19.945	19.760	18.934
18					
19					
2000		28080	11.890	-3.573	-18.045
2001		280960	11.890	-3.573	-18.045
2002		281040	11.887	-3.579	-18.047
2003		281160	11.884	-3.584	-18.047
2347		281280	11.881	-3.589	-18.048
2348		281400	11.878	-3.594	-18.049
2349		281520	11.875	-3.600	-18.050
2350		281640	11.872	-3.605	-18.050
2351					
2352					

2. Représenter le graphique « Nuage / Nuage de points » à droite du tableau précédent.



3. Afficher les courbes de tendance ainsi que leurs équations respectives.

Remarque : Toutes les options de types de régression (courbes de tendance) ne sont pas toujours disponibles. On choisira dans l'ordre : exponentielle, polynomiale d'ordre 2 et polynomiale d'ordre 4.

Question 2	Nom de la feuille
Lecture des temps mis pour atteindre une température donnée	Q1

On souhaite déterminer les temps mis pour atteindre une température donnée et ce, pour les trois types d'isolation.

1. Lecture directe :

En faisant défiler les lignes (ascenseur), déterminer le temps mis pour atteindre une température intérieure à 16 °C, puis à 12 °C. Convertir ce temps en jours, heures, minutes et secondes.

2. Utilisation des formules Excel :

Il s'agit de déterminer automatiquement ces temps et de les afficher dans un tableau. Reproduire le tableau suivant (ainsi que sa mise en forme) dans la feuille en y insérant les formules nécessaires.

Les formules Excel à utiliser sont décrites ci-après.

Remarque : les résultats doivent être issus de formules Excel.

Température T(t)					Contrôle
		Temps (s)	Temps(j h m s)	N° ligne	T(t) Lue
Type 1					
Type 2					
Type 3					

Remarque : La saisie de la température désirée $T(t)$ permet d'afficher automatiquement les temps pour les trois types d'isolation. Une colonne « contrôle » permet de vérifier en effectuant une lecture directe de la valeur de la température dans la liste des températures calculées.

www.joseouin.fr

Fonctions Excel

→ La fonction EQUIV recherche la position d'une valeur dans une matrice.

- Dans « Valeur_cherchée » entrez la valeur dont vous souhaitez obtenir la position.
- Dans « Tableau_recherche » entrez la plage de cellules dans laquelle la fonction recherchera la position de « Valeur_cherchée ». **UNE** colonne ou **UNE** ligne.
- Dans « Type » entrez 0 pour trouver la valeur exacte, 1 pour la valeur la plus élevée qui est inférieure ou égale à « Valeur_cherchée » (les valeurs sont rangées dans l'ordre croissant), -1 pour la plus petite valeur qui est supérieure ou égale à « Valeur_cherchée » (les valeurs sont rangées dans l'ordre décroissant).

→ La fonction INDEX permet la recherche d'une valeur dans un tableau en fonction de ses coordonnées.

- Indiquez dans « Matrice » la plage de cellules dans laquelle la fonction effectuera la recherche.
- Dans « No_lig » indiquez le n° de la ligne et dans « No_col » le n° de la colonne. Ces numéros doivent correspondre aux colonnes et lignes de la plage de cellules « Matrice ».

→ La fonction MOD renvoie le reste d'une division.

Exemple :

La formule « =MOD(22 ; 3) » retourne 1 car $22 = 3 \times 7 + 1$

Si $t = 200$ secondes alors MOD(200 ; 60) renvoie 20 et ENT(200/60) renvoie 3.

Finalement 200 secondes correspondent à 3 mn et 20 s.

Question 3	Nom de la feuille
Etude comparative dans le cas de l'isolation de Type 1	Q3

On souhaite calculer les écarts entre les valeurs numériques de la température intérieure obtenues par la méthode d'Euler avec celles issues d'un calcul théorique (résolution de l'équation différentielle).

La résolution de l'équation différentielle a permis de déterminer l'expression de la température intérieure à l'instant t :

$$T(t) = \left[T_{\text{int}} - T_{\text{ext}} - \frac{P}{D} \right] \cdot e^{-\frac{D}{C}t} - T_{\text{ext}} - \frac{P}{D}$$

où $T_{\text{int}} = T(0) = 20^\circ\text{C}$

Créer une nouvelle feuille et copier/coller les données de votre choix. Reproduire le tableau ci-après (ainsi que sa mise en forme) en y insérant les formules nécessaires.

1. Déterminer les valeurs théoriques de la température intérieure.

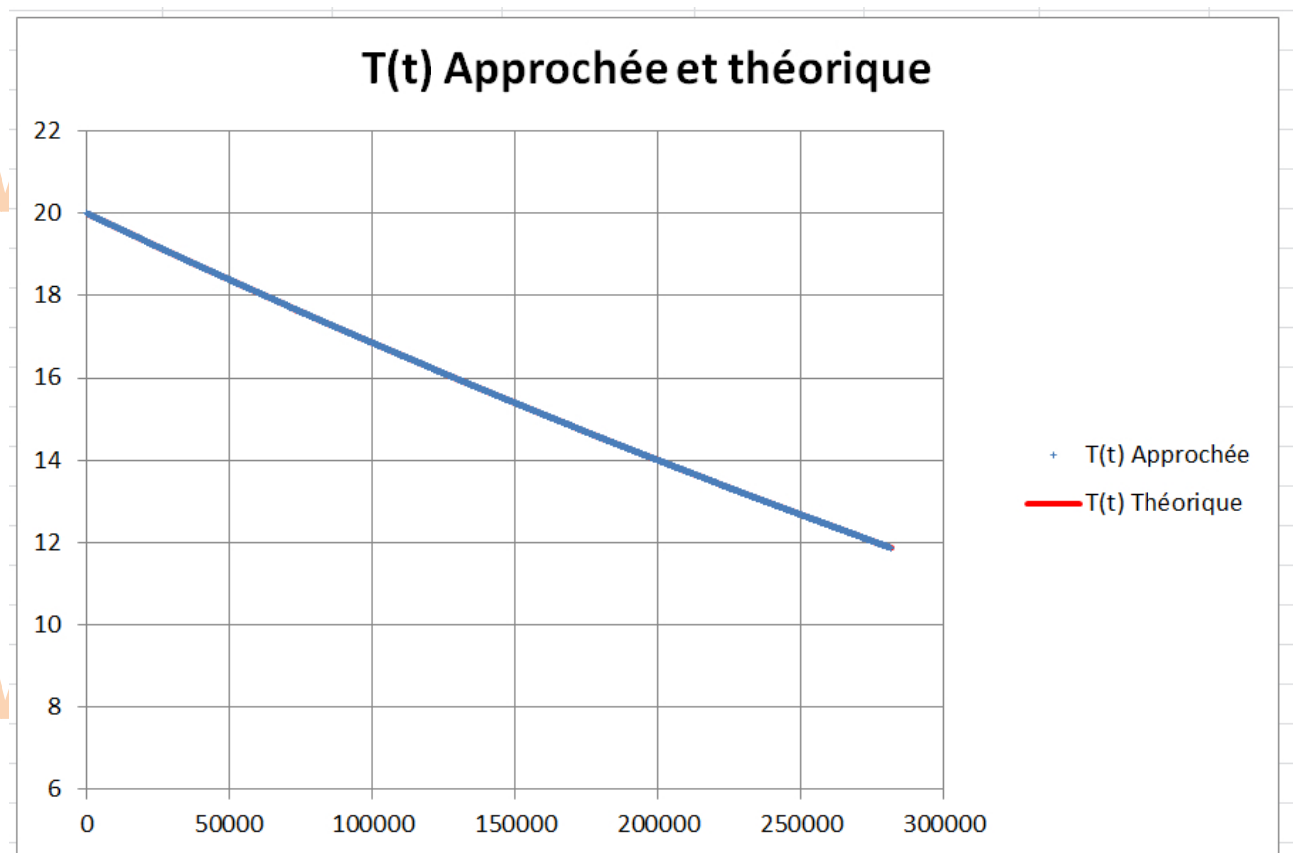
Remarque : les résultats doivent être issus de formules Excel.

2. Ajouter une colonne et calculer les écarts entre les valeurs numériques de la température intérieure obtenues par la méthode d'Euler avec celles issues d'un calcul théorique.

3. Calculer la moyenne de ces écarts. Que remarquez-vous ?

4. Représenter le graphique « Nuage / Nuage de points » à droite du tableau précédent (un nuage de points pour les valeurs approchées et une courbe pour les valeurs théoriques). Est-il possible de distinguer (même avec le zoom maxi) les points du nuage et les points de la courbe ?

	A	B	C	D	E
1	dt-solveur	Temps	Isolation Type 1	Valeurs théoriques	Ecart en °C
2	120	t en secondes	T(t) Approchée	T(t) Théorique	Tthéo - Tapp
3		0	20	20.00000	0.000E+00
4		120	19.996	19.99604	2.326E-07
5		240	19.992	19.99208	4.651E-07
6		360	19.988	19.98812	6.975E-07
7		480	19.984	19.98416	9.299E-07
8		600	19.980	19.98020	1.156E-06
9		720	19.976	19.97624	1.411E-06
10		840	19.972	19.97228	1.666E-06
11		960	19.968	19.96832	1.921E-06
12		1080	19.964	19.96436	2.176E-06
13		1200	19.960	19.96040	2.431E-06
14					
15					
16					



Remarque : En bleu, il s'agit bien d'un nuage de points et non d'une courbe.

Question 4	Nom de la feuille
Détermination de la valeur de l'écart de temps maximal	Q3

On souhaite répondre à la question suivante : « Quel est l'écart de temps dt maximal que l'on peut choisir pour que la moyenne des écarts de la question précédente soit au plus égale à $10^{-3} \text{ }^{\circ}\text{C}$? »

Rappel : Il s'agit de la moyenne des écarts entre les valeurs numériques de la température intérieure obtenues par la méthode d'Euler avec celles issues d'un calcul théorique.

Utiliser le solveur pour répondre à cette question.



www.joseouin.fr

	A	B	C	D	E	F
1	dt-solveur	Temps	Isolation Type 1	Valeurs théoriques	Ecart en $^{\circ}\text{C}$	
2	120	t en secondes	T(t) Approchée	T(t) Théorique	Tthéo - Tapp	
3		Paramètres du solveur				
4		Objectif à définir : \$:\$10				
5		À : <input type="radio"/> Max <input type="radio"/> Min <input checked="" type="radio"/> Valeur : 0.001				
6		Cellules variables : dtsolveur				
7		Contraintes :				
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						
18						
19		<input checked="" type="checkbox"/> Rendre les variables sans contrainte non négatives				
20		Sélect. une résolution : GRG non linéaire				
21		Méthode de résolution				
22		Sélectionnez le moteur GRG non linéaire pour des problèmes non linéaires simples de solveur. Sélectionnez le moteur Simplex PL pour les problèmes linéaires, et le moteur Évolutionnaire pour les problèmes complexes.				
23						
24						
25						

La moyenne des écarts de températures.

Question 5	Nom de la feuille
Création d'une interface utilisateur	Q5

On souhaite créer une interface permettant d'afficher des résultats pour tous les types d'isolation sans avoir à naviguer dans les lignes des différentes feuilles (voir capture d'écran ci-après). On souhaite pouvoir afficher la température intérieure au bout d'un temps donné (par exemple 5 h 41mn et 1 s).

Créer une nouvelle feuille et copier/coller les données de votre choix. Reproduire cette interface (ainsi que sa mise en forme) en y insérant les formules nécessaires.



Affichage de la température intérieure à un instant donné

Nb d'heures	5		<input type="radio"/> Isolation de Type 1 <input type="radio"/> Isolation de Type 2 <input checked="" type="radio"/> Isolation de Type 3
Nb de minutes	41		
Nb de secondes	1		
		<div>Température intérieure 8.923 °C</div>	

Remarque : 5 h 41 mn et 1 s correspondent à 20 461 secondes. Le nombre 20 461 ne se trouve pas dans la colonne des temps ; la fonction EQUIV() cherchera la valeur la plus proche avec un écart maxi égal à $dt - 1s$. Pour $dt = 120 s$ cela correspond à un écart maxi de 119 s, soit 1 mn et 59 s.

THE END