

1 - Etude d'une suite récurrentte

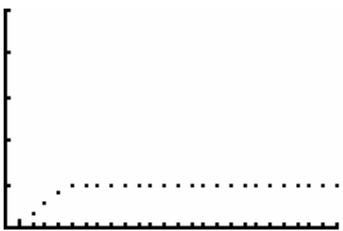
On considère la suite numérique (u_n) définie sur \mathbb{E} par :

$$u_0 = 0.20 \text{ et pour tout entier } n, u_{n+1} = u_n(2 - u_n)$$

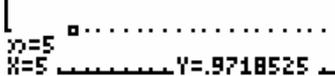
1.1 Représentation graphique de la suite

Placer la calculatrice en mode "suite" : Touche [mode] puis mettre en surbrillance l'option "Suit". La touche $[f(x)]$ permet la saisie de la suite (u_n) . Lettre u : Touche $[2^{nd} 7]$; Variable n : Touche $[x,t,n]$.

Saisir les paramètres de la fenêtre (Touche [fenêtre], $Y_{max} = 5$) puis afficher le nuage de points (Touche [graphe]).

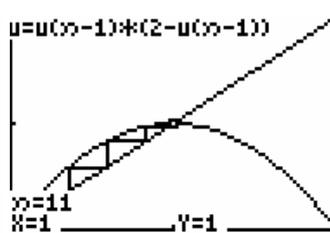
<pre> Sci Ing Flott 0123456789 Radian Degré Fct Par Pol Suit Relié NonRelié Séquentiel Simul Réel a+bi re^θi Plein Horiz G-T </pre>	<pre> Graph1 Graph2 Graph3 nMin=1 u(n)u(n-1)*(2- u(n-1)) u(nMin)u(.2) v(n)= v(nMin)= w(n)= </pre>	<pre> FENETRE nMin=1 nMax=25 PremPoint=1 Pas=1 Xmin=0 Xmax=25 ↓Xgrad=1 </pre>	
---	---	---	---

La touche [trace] permet d'obtenir les valeurs des termes de la suite pour différentes valeurs de n . La touche $[2^{nd} \text{ table}]$ donne la liste des valeurs prises par la suite. On conjecture que la suite converge vers 1.

<pre> u=u(n-1)*(2-u(n-1)) </pre> 	<table border="1"> <thead> <tr> <th>n</th> <th>u(n)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1.0000</td><td>.20000</td></tr> <tr><td>2.0000</td><td>.36000</td></tr> <tr><td>3.0000</td><td>.59040</td></tr> <tr><td>4.0000</td><td>.83223</td></tr> <tr><td>5.0000</td><td>.97185</td></tr> <tr><td>6.0000</td><td>.99921</td></tr> <tr><td>7.0000</td><td>1.0000</td></tr> </tbody> </table>	n	u(n)	1.0000	.20000	2.0000	.36000	3.0000	.59040	4.0000	.83223	5.0000	.97185	6.0000	.99921	7.0000	1.0000
n	u(n)																
1.0000	.20000																
2.0000	.36000																
3.0000	.59040																
4.0000	.83223																
5.0000	.97185																
6.0000	.99921																
7.0000	1.0000																

1.2 Convergence : Conjecturer à l'aide d'un graphique.

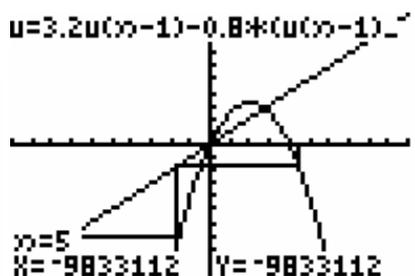
Sélectionner le menu $[2^{nd} \text{ format}]$ puis mettre en surbrillance "Esc". Saisir les paramètres de la fenêtre graphique. La touche [trace] puis la touche de direction "droite" permettent de tracer pas à pas le graphique ci-après.

<pre> FENETRE ↑Pas=1 Xmin=0 Xmax=2 Xgrad=1 Ymin=0 Ymax=2 Ygrad=1 </pre>	<pre> FENETRE nMin=1 nMax=2 PremPoint=1 Pas=1 Xmin=0 Xmax=2 ↓Xgrad=1 </pre>	
---	---	--

2 – Etude d'une suite : Convergence – Divergence - Oscillation

2.1 On considère la suite numérique (u_n) définie sur \mathbb{E} par :

$$u_0 = 4.45 \text{ et pour tout entier } n, u_{n+1} = 3.2u_n - 0.8(u_n)^2$$

<pre> Graph1 Graph2 Graph3 nMin=0 u(n)u(3.2u(n-1)- 0.8*(u(n-1))^2 u(nMin)u(4.45) v(n)= v(nMin)= w(n)= </pre>	<pre> FENETRE nMin=0 nMax=10 PremPoint=1 Pas=1 Xmin=-10 Xmax=10 Xgrad=1 Ymin=-10 Ymax=10 ↓Xgrad=1 </pre>	<pre> FENETRE ↑Pas=1 Xmin=-10 Xmax=10 Xgrad=1 Ymin=-10 Ymax=10 Ygrad=1 </pre>	
--	--	---	---

La suite est divergente.

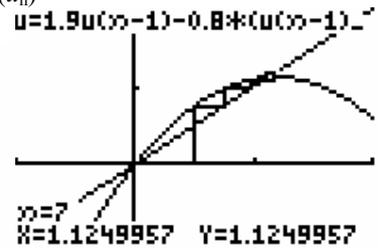
2.2 On considère la suite numérique (u_n) définie sur \mathbb{E} par :

$$u_0 = 0.50 \text{ et pour tout entier } n, u_{n+1} = 1.9u_n - 0.8(u_n)^2$$

```
Graph1 Graph2 Graph3
xMin=0
u(n)1.9u(n-1)-
0.8*(u(n-1))^2
u(xMin)0.50
v(n)=
v(xMin)=
w(n)=
```

```
FENETRE
xMin=0
xMax=10
PremPoint=1
Pas=1
xMin=-1
xMax=2
xGrad=1
```

```
FENETRE
Pas=1
xMin=-1
xMax=2
xGrad=1
yMin=-1
yMax=2
yGrad=1
```



La suite est convergente.

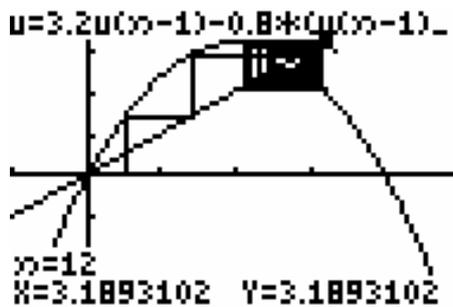
2.3 On considère la suite numérique (u_n) définie sur \mathbb{E} par :

$$u_0 = 0.50 \text{ et pour tout entier } n, u_{n+1} = 3.2u_n - 0.8(u_n)^2$$

```
Graph1 Graph2 Graph3
xMin=0
u(n)3.2u(n-1)-
0.8*(u(n-1))^2
u(xMin)0.50
v(n)=
v(xMin)=
w(n)=
```

```
FENETRE
xMin=0
xMax=100
PremPoint=1
Pas=1
xMin=-1
xMax=5
xGrad=1
```

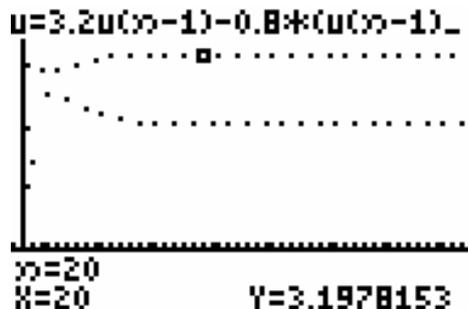
```
FENETRE
Pas=1
xMin=-1
xMax=5
xGrad=1
yMin=-3
yMax=4
yGrad=1
```



On observe des oscillations (la suite prend alternativement les valeurs 2.052 et 3.198).

On peut tracer le graphe en fonction de n (Touche [2nde] format) et mettre en surbrillance "f(n)" puis touche [graphe].

```
f(n)Esc uv vw uw
CoordPol
CoordAff CoordNAff
QuadNAff QuadAff
AxesAff AxesNAff
EtiNAff EtiAff
ExprAff ExprNAff
```



La touche [trace] permet d'afficher les différentes valeurs de la suite. On observe les oscillations en déplaçant le curseur à l'aide des flèches de direction.