APPLICATIONS

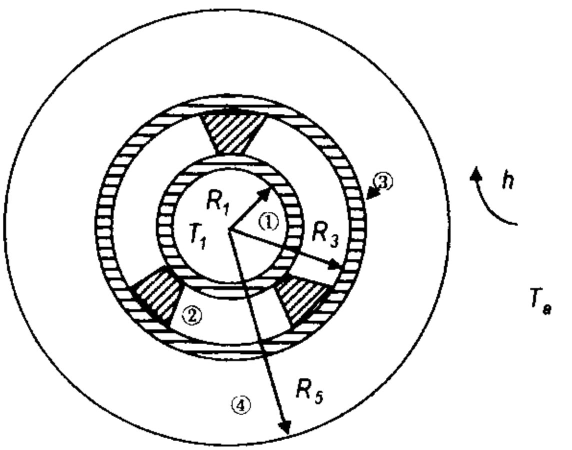
Etude d'un cryostat

Le dispositif représenté par le schéma ci-dessous, supposé à symétrie sphérique, est destiné à isoler thermiquement de l'extérieur une cavité initialement remplie d'azote liquide à la température $T_1 = 80\,\mathrm{K}$. Un petit évent, que l'on négligera, impose la pression atmosphérique dans la cavité.

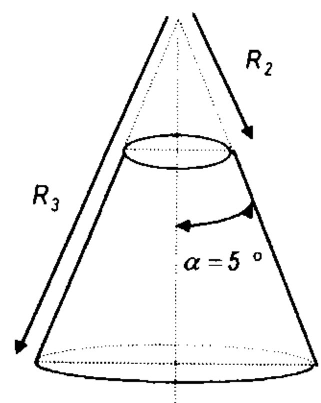
La face externe de la première enceinte métallique ① ($R_1 = 0{,}145\,\mathrm{m} < r < R_2 = 0{,}150\,\mathrm{m}$) et la face interne de la seconde ③ ($R_3 = 0{,}200\,\mathrm{m} < r < R_4 = 0{,}205\,\mathrm{m}$) sont polies, de telle façon que les échanges radiatifs soient négligeables. Les conductivités thermiques des enceintes métalliques ① et ③ sont notées : $\lambda_1 = \lambda_3 = 10\,\mathrm{W.m^{-1}.K^{-1}}$.

Dans l'espace intermédiaire ($R_2 < r < R_3$) le vide a été réalisé ; trois supports coniques tronqués ② de conductivité thermique $\lambda_2 = 0{,}05\,\mathrm{W.m^{-1}.K^{-1}}$ y maintiennent l'enceinte intérieure.

La deuxième enceinte métallique ③ est entourée d'une couche d'isolant thermique ④ ($R_4 = 0{,}205\,\mathrm{m} < r < R_5 = 0{,}350\,\mathrm{m}$) de conductivité thermique $\lambda_4 = 0{,}01\,\mathrm{W.m^{-1}.K^{-1}}$. La surface externe du dispositif ($r = R_5$) est baignée par l'air ambiant à $T_a = 300\,\mathrm{K}$. On ne considérera qu'un échange par convection avec une valeur constante du coefficient d'échange par convection $h = 10\,\mathrm{W.m^{-2}.K^{-1}}$.



Vue en coupe de la sphère



Détail d'un support conique

Travail demandé

1) Calculer la résistance thermique totale du dispositif.
2) Calculer le flux thermique qui entre dans la sphère.
3) Au bout de combien de temps la moitié de l'azote se sera-t-elle vaporisée ?

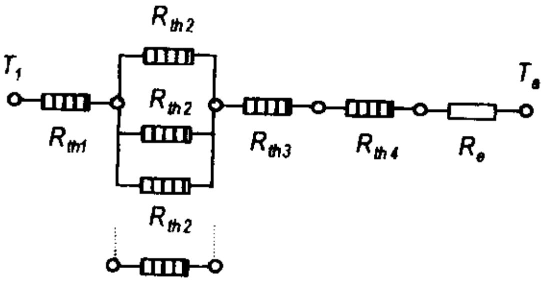
On donne pour l'azote liquide à la température de 80 K :

- masse volumique : $\rho = 808\,\text{kg.m}^{-3}$
- chaleur latente de vaporisation à la pression atmosphérique : $L_{vap} = 2.10^5\ \text{J.kg}^{-1}$

Réponses

1) Calcul de la résistance thermique totale du dispositif

La figure ci-dessous représente le schéma électrique équivalent du dispositif

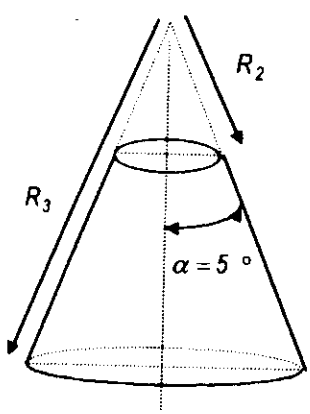


$$R_{equ} = \frac{R_{th2}}{3}$$

avec

$$R_{th1} = \frac{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}{4.\pi.\lambda_1} \ ; \ R_{th3} = \frac{\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_4}}{4.\pi.\lambda_3} \ ; \ R_{th4} = \frac{\frac{1}{R_4} - \frac{1}{R_5}}{4.\pi.\lambda_4} \ ; \ R_e = \frac{1}{h.4.\pi.R_5^2}$$

Il reste à calculer la résistance R_{th2} d'un support conique.



Détail d'un support conique

L'expression du flux thermique est la suivante :

$$\Phi = -\lambda_2 . S(r) . \frac{dT}{dr}$$

On peut mettre cette équation sous la forme ci-dessous :

$$\Phi = \frac{-\int_{T(R_2)}^{T(R_3)} dT}{\frac{1}{\lambda_2} . \int_{R_2}^{R_3} \frac{dr}{S(r)}}$$

On en déduit l'expression de la résistance thermique :

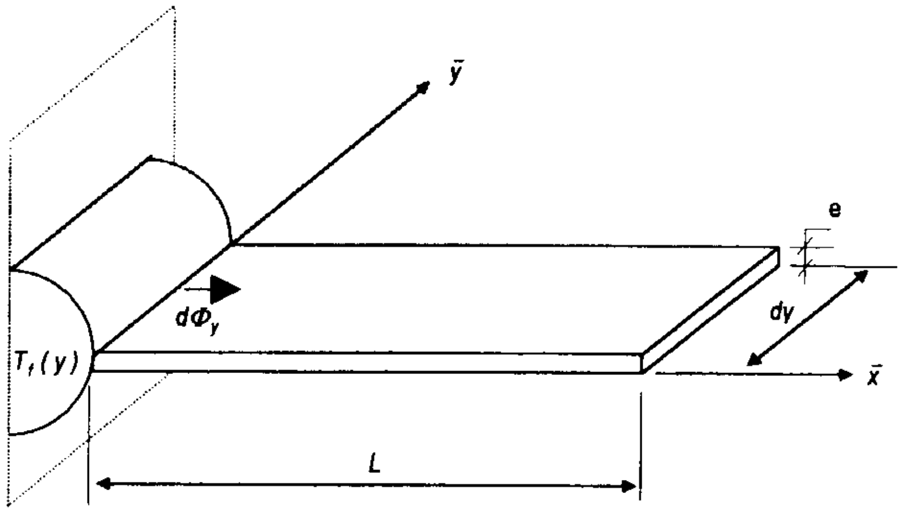
$$R_{th2} = \frac{1}{\lambda_2} . \int_{R_2}^{R_3} \frac{dr}{S(r)}$$

APPLICATIONS

Travail demandé

1) Etude de l'ailette

On fait, dans un premier temps, l'étude d'une demi-ailette de longueur L et de largeur dy située à l'ordonnée y pour laquelle la température de l'eau est $T_f(y)$.



1.1) En tenant compte de toutes les symétries et en négligeant la conduction dans l'ailette selon l'axe $\bar{y}$, déterminer l'expression de la température de l'ailette $T(x)$ à l'abscisse x en fonction de h, e, λ, $T_f(y)$ et T_a .

1.2) En déduire l'expression du flux thermique dissipé par cette ailette de longueur L et de largeur dy. Montrer que ce flux thermique peut s'exprimer sous la forme :

$$d\Phi_y = K.\left[T_f(y) - T_a\right] dy$$

2) Etude d'un tube

2.1) Déterminer l'expression de la température de l'eau $T_f(y)$ le long du tube.

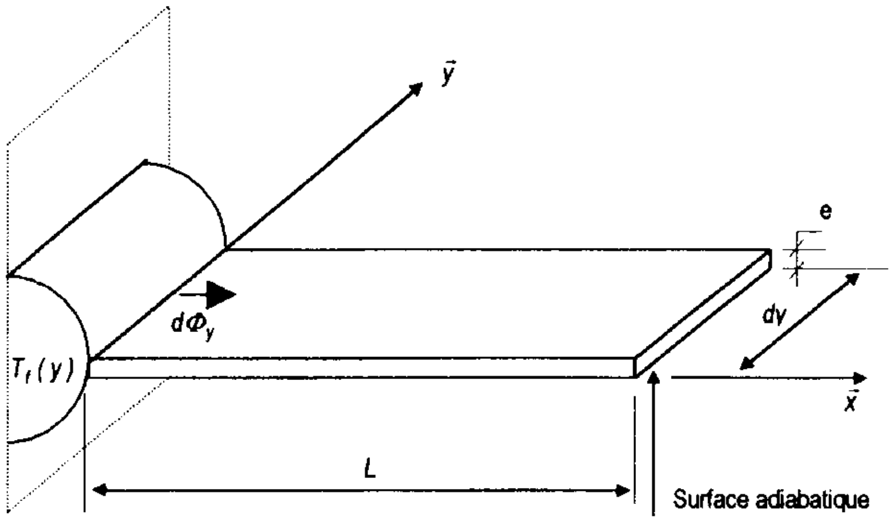
2.2) Déterminer l'expression de la température de l'eau à la sortie de l'échangeur $T_{f,s}$.

2.3) Calculer l'efficacité de cet échangeur.

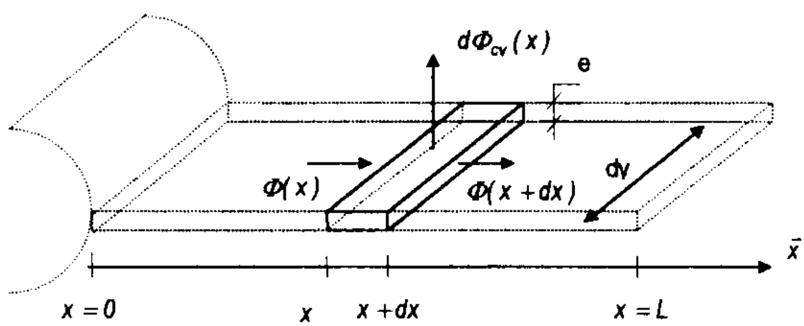
Réponses

1.1) Expression de la température $T(x)$

Le système est symétrique, on peut donc limiter l'étude à une ailette de longueur L et remarquer que, dans ce cas, la section de l'ailette à l'abscisse $x = L$ est adiabatique.



On écrit le bilan thermique d'un tronçon d'ailette de longueur *dx* et de largeur *dy*



$$+\Phi(x)-\Phi(x+dx)-d\Phi_{cv}(x)=0$$

$$-d\Phi(x)-d\Phi_{cv}(x)=0$$

$$\lambda.e.dy.\frac{d^2T(x)}{dx^2}.dx-2.h.dx.dy.\left[T(x)-T_a\right]=0$$

On obtient ainsi l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2T(x)}{dx^2}-\frac{2.h}{\lambda.e}.\left[T(x)-T_a\right]=0$$

avec les conditions aux limites :

$x=0$: $T(x=0)=T_f(y)$

$x=L$: $\left.\frac{dT(x)}{dx}\right|_{x=L}=0$; le flux thermique est égal à zéro à cette abscisse.