

ALGORITHMIQUE & MATHÉMATIQUES

Travaux pratiques et Applications Scilab
pour le lycée et la licence

José OUIN

Ingénieur INSA Toulouse
Professeur agrégé de Génie civil
Professeur agrégé de Mathématiques



ISBN : 978-2-7298-5439-3

© Ellipses Edition Marketing S.A., 2010
32, rue Bargue 75740 Paris cedex 15



Tous droits de traduction, de reproduction et d'adaptation réservés pour tous pays.

La loi du 11 mars 1957 n'autorisant, aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article 41, d'une part, que les "copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective" et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, "toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayant cause, est illicite" (alinéa 1^{er} de l'article 40).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, sans autorisation de l'éditeur ou du Centre français du droit de copie (20, rue des Grands-Augustins 75006 Paris), constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code pénal.

www.editions-ellipses.fr

Avant-Propos

Depuis la rentrée 2009, l'algorithmique fait partie des programmes de mathématiques du lycée. Cet ouvrage répond aux attentes de tous ceux qui découvrent l'algorithmique ou qui sont à la recherche d'un ensemble de ressources "prêtes à l'emploi".

A partir de définitions concises et d'exemples concrets, cet ouvrage a pour objectif d'accompagner les enseignants, les étudiants et les élèves et de leur permettre ainsi :

- d'écrire des algorithmes et des programmes ;
- de découvrir l'outil de calcul scientifique Scilab ;
- de conjecturer des évolutions ou des solutions à des problèmes concrets.

Les travaux pratiques sont destinés à être traités à l'aide d'algorithmes, aussi il n'est pas toujours nécessaire que le cours théorique correspondant ait été abordé auparavant en classe. Certains d'entre eux peuvent même constituer des activités préparatoires au cours magistral.

Ainsi chaque activité peut être effectuée à tout moment de l'année scolaire et ce, pour les trois niveaux du lycée.

J'espère que cet ouvrage aidera les professeurs dans leurs missions d'enseignement et les étudiants dans leur apprentissage des outils de calculs scientifiques.

Pour moi, l'algorithmique est un moyen de rendre les mathématiques encore plus attrayantes, grâce aux possibilités des logiciels et à la puissance de calcul des ordinateurs qui permettent d'émettre des conjectures ou d'encadrer les valeurs numériques de solutions suite à un grand nombre d'itérations.

Je dédie ce livre à tous les amoureux des mathématiques appliquées, à tous ceux qui aiment calculer, modéliser ou conjecturer, à tous ceux qui souhaitent découvrir un langage de programmation et à tous ceux qui découvriront, grâce aux algorithmes, le plaisir de faire des mathématiques.

José OUIN.

Les sites Internet dont je suis l'auteur :

- <http://www.joseouin.net> : Site Internet comportant les logiciels que j'ai développés ainsi que les programmes Scilab de cet ouvrage.
- <http://www.refletoeducation.fr> : Site Internet destiné à promouvoir l'intégration de logiciels libres pour l'éducation (gestionnaire de contenus, plate-forme de formation, didacticiels vidéos, etc.).

SOMMAIRE

L'algorithmique

1- Introduction à l'algorithmique	9
1-1. Définition de l'algorithmique	9
1-2. Algorithmique et programmation	10
1-2.1 Un algorithme puis un programme.....	10
1-2.2 Les éléments de base d'un algorithme	10
1-2.3 Les conventions d'écriture d'un algorithme.....	11
2- Les instructions	12
2-1. Les instructions pour traiter les données	12
2-1.1 L'affectation de données dans des variables.....	12
2-1.2 La lecture (ou entrée) des données.....	12
2-1.3 L'écriture (ou sortie) des données	13
2-2. Les instructions ou structures de contrôle	14
2-2.1 La structure alternative	14
2-2.2 Les structures répétitives.....	15
3- Le logiciel Scilab	18
3-1. Présentation du logiciel	18
3-2. Téléchargement du logiciel	18
3-3. Les principaux éléments du logiciel Scilab	19
4- Les instructions du langage Scilab	22
4-1. Lecture et écriture des données	22
4-1.1 INPUT	22
4-1.2 DISP	22
4-1.3 PRINTF	23
4-2. Les fonctions	23
4-2.1 ASCII	23
4-2.2 CLF	24
4-2.3 DEFF	24
4-2.4 FPLOTT3D1	24
4-2.5 FUNCTION	25
4-2.6 GCA & ISOVIEW	26
4-2.7 INT	26
4-2.8 LENGTH	26

4 . Algorithmique & Mathématiques

4-2.9 Linspace	26
4-2.10 Modulo	27
4-2.11 Ones	27
4-2.12 Plot	27
4-2.13 Plot2D3	28
4-2.14 Rand	29
4-2.15 Strcat	29
4-2.16 Strsplit	29
4-2.17 Scf	30
4-2.18 Sum	30
4-2.19 Xset	30
4-2.20 Zeros	30

Première partie – Enoncés des travaux pratiques

A – Fonctions et résolution d'équations

1- Résolution d'une équation du second degré	34
2- Résolution de l'équation $f(x) = 0$ – Méthode de dichotomie	35
3- Représentation graphique d'une fonction	37
4- Etude d'une courbe	39
5- Détermination de l'équation d'une droite	41

B – Probabilités

1- Le jeu du lièvre et de la tortue	43
2- Le jeu des triangles	45
3- La désintégration radioactive	47
4- Simulation du lancer de trois dés	49
5- La planche de Galton	50
6- Recherche d'une stratégie de jeu	52

C – Suites numériques

1- Evolution d'une population de lapins	55
2- La suite de Syracuse	57
3- Suites définies conjointement	59
4- Suite définie par une relation de récurrence	60
5- Suite définie par une moyenne arithmétique	61
6- Somme des termes d'une suite	62

D – Arithmétique

1- Algorithme d'Euclide : Détermination du PGCD	64
2- Restes de la division euclidienne par p	65
3- Etude du reste d'une division euclidienne	66
4- Cryptographie symétrique ou à clé secrète	67
5- Nombres premiers – Critère de primalité	70
6- Ensemble des diviseurs positifs d'un entier naturel.....	72
7- Nombres à moyenne harmonique entière.....	73

E – Géométrie

1- Etude d'un triangle	76
2- Etude d'un parallélogramme	77
3- Etude d'un alignement de points	78
4- Représentation graphique d'une surface de l'espace	79
5- Sections planes de surfaces	80

Deuxième partie – Solutions des travaux pratiques

A – Fonctions et résolution d'équations

1- Résolution d'une équation du second degré	84
2- Résolution de l'équation $f(x) = 0$ – Méthode de dichotomie	86
3- Représentation graphique d'une fonction	88
4- Etude d'une courbe	90
5- Détermination de l'équation d'une droite	92

B – Probabilités

1- Le jeu du lièvre et de la tortue	95
2- Le jeu des triangles	98
3- La désintégration radioactive	100
4- Simulation du lancer de trois dés	103
5- La planche de Galton	107
6- Recherche d'une stratégie de jeu	111

C – Suites numériques

1- Evolution d'une population de lapins	115
2- La suite de Syracuse	117
3- Suites définies conjointement	119
4- Suite définie par une relation de récurrence	125
5- Suite définie par une moyenne arithmétique	128
6- Somme des termes d'une suite	131

D – Arithmétique

1- Algorithme d'Euclide : Détermination du PGCD	134
2- Restes de la division euclidienne par p	136
3- Etude du reste d'une division euclidienne	138
4- Cryptographie symétrique ou à clé secrète	141
5- Nombres premiers – Critère de primalité	143
6- Ensemble des diviseurs positifs d'un entier naturel.....	144
7- Nombres à moyenne harmonique entière.....	147

E – Géométrie

1- Etude d'un triangle	151
2- Etude d'un parallélogramme	156
3- Etude d'un alignement de points	159
4- Représentation graphique d'une surface de l'espace	162
5- Sections planes de surfaces	168

Troisième partie – Le logiciel Scilab en 10 étapes

1- L'environnement Scilab	177
2- Utiliser la console et l'éditeur	178
3- Saisir et afficher des données	179
4- Effectuer des opérations avec les vecteurs	181
5- Créer des fonctions personnalisées	182
6- Utiliser les structures et les tests	183
7- Effectuer une simulation	185
8- Représenter le graphe d'une fonction	187
9- Représenter une surface de l'espace	188
10- Pour aller plus loin	189